



MATEMÁTICA GUÍA N°11 ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Nombre: _____ Curso: 2° ____ Fecha: ____/____/____

Objetivos:

- Aplicar técnicas de conteo
- Calcular permutaciones, variaciones y combinaciones
- Aplicar permutaciones en la resolución de problemas

Instrucciones:

- Desarrollar la guía en tu cuaderno
- Las consultas debes hacerla a los siguientes correos
2°A, 2°B, 2°C, 2°D hilda.gonzalez@liceonsmariainmaculada.cl
2°E, 2°F, 2°G, 2°H rita.amaya@liceonsmariainmaculada.cl
- Ver el video explicativo de la guía, el link se encuentra en la página del colegio
- Para responder la evaluación Sumativa debes acceder al siguiente link

<https://forms.gle/qhdUfntiVWPmx3eP8>

EL LINK SERA HABILITADO DESPUES QUE TENGAN LA TUTORIA POR CLASSROOM

TÉCNICAS DE CONTEO

Técnicas de conteo: ¿qué son?

Las técnicas de conteo son estrategias matemáticas usadas en probabilidad y estadística que permiten determinar el número total de resultados que pueden haber a partir de hacer combinaciones dentro de un conjunto o conjuntos de objetos. Este tipo de técnicas se utilizan cuando es prácticamente imposible o demasiado pesado hacer de forma manual combinaciones de diferentes elementos y saber cuántas de ellas son posibles.

Las técnicas de conteo que veremos en esta guía son: permutaciones, variaciones y combinaciones. Se calcularán estas técnicas aplicando las fórmulas. Se realizarán ejercicios de aplicaciones de permutaciones y en la próxima guía se realizarán ejercicios de aplicaciones de variaciones y combinaciones

El factorial de un número

El **factorial** de un entero positivo n , se define como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n . Su notación es $n!$

Por ejemplo tomemos el número 5, y hagamos la siguiente multiplicación: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

A este resultado se le llama factorial de cinco y se indica poniendo un signo de exclamación al lado del número cinco: $5!$ y se lee diciendo "cinco factorial".

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Ejemplos

- Tres factorial: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
- Ocho factorial: $8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$
- Cuatro factorial: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$



PERMUTACIONES

Notación

$$P_n = n! \quad n \text{ pertenece a los Naturales}$$

Ejemplos:

$$a) P_3 = 3! = 6$$

$$b) P_8 = 8! = 40320$$

$$c) P_4 = 4! = 24$$

VARIACIONES

Notación

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!} \quad m, n \text{ pertenecen a los Naturales}$$

Ejemplos

$$a) V_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 = 30$$

$$b) V_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

$$c) V_6^{10} = \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$$

COMBINACIONES

Notación

$$C_n^m = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!} \quad m, n \text{ pertenecen a los Naturales}$$

Ejemplos

$$a) C_2^6 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = \frac{30}{2} = 15$$

$$b) C_4^7 = \frac{7!}{4! \cdot (7-4)!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 7 \cdot 5 = 35$$

$$c) C_8^{10} = \frac{10!}{8! \cdot (10-8)!} = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = \frac{90}{2} = 45$$



ACTIVIDAD 1

Calcular el valor de cada permutación, variación y combinatoria

| | | | |
|--------------|--------------|--------------------|-----------------|
| a) $P_9 =$ | b) $P_4 =$ | c) $V_2^5 =$ | d) $V_3^{15} =$ |
| e) $V_4^6 =$ | f) $C_2^5 =$ | g) $C_{10}^{15} =$ | h) $C_4^6 =$ |

APLICACIONES DE PERMUTACIONES

Las **permutaciones** de n elementos son los diferentes grupos que se pueden formar con esos n elementos. Se escribe P_n y se calcula como $P_n = n!$

En las permutaciones se tiene:

- ✓ **SÍ intervienen todos los elementos**
- ✓ **SÍ IMPORTA el orden de los elementos**
- ✓ **NO se pueden repetir los elementos**

EJEMPLOS DE APLICACIONES DE PERMUTACIONES

EJEMPLO 1

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|---|--|
| ¿De cuántas maneras se pueden distribuir 7 tareas entre 7 empleados en una empresa? | En este caso tenemos una permutación de 7 elementos, ya que intervienen los 7 elementos, importa el orden, ya que todas las tareas no son iguales y los elementos no se pueden repetir, ya que los empleados y las tareas son diferentes. Por tanto, aplicamos la fórmula de la permutación | $P_7 = 7! = 5040$ <p>Se podrían distribuir de 5040 formas distintas.</p> |

EJEMPLO 2:

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|--|---|---|
| ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas? | <p>Si entran todos los elementos. Tienen que sentarse las 8 personas.</p> <p>Si importa el orden</p> <p>No se repiten los elementos. Una persona no se puede repetir</p> | $P_8 = 8! = 40320$ <p>40320 formas distintas se pueden sentar 8 personas en una fila de butacas</p> |

EJEMPLO 3:

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|--|--|
| ¿De cuántas formas se pueden estacionar 6 automóviles en línea? | Tenemos 6 automóviles que se pueden estacionar en 6 posiciones diferentes. En este caso, importa el orden, se utilizarán todos los elementos y no se pueden repetir, por lo que se trata de permutaciones de 6 elementos | $P_6 = 6! = 720$ <p>Se podrán estacionar de 720 formas</p> |



EJEMPLO 4:

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|--|--|---|
| Con las cifras impares 1, 3, 5, 7 y 9 ¿Cuántos números distintos de cinco cifras se pueden formar? | Utilizamos todas las cifras, importa el orden, ya que si cambiamos la posición de alguna cifra, tenemos un número distinto y las cifras no se pueden repetir. Por tanto es una permutación de 5 elementos, que al aplicar su fórmula y operar tenemos: | $P_5 = 5! = 120$ Se pueden formar 120 números distintos. |

EJEMPLO 5:

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|---|--|
| ¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de fútbol teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta que la portería? | Disponemos de 10 jugadores que pueden ocupar 10 posiciones distintas. Sí entran todos los elementos Sí importa el orden No se repiten los elementos | $P_{10} = 10! = 3628800$ 3628800 formas en las que pueden colocar 11 jugadores de un equipo de fútbol |

EJEMPLO 6:

| Pregunta | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|--|---|---|
| Con las letras de la palabra libro . ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal? | La palabra empieza por i u o seguida de las 4 letras restantes tomadas de 4 en 4. Sí entran todos los elementos Sí importa el orden No se repiten los elementos | $P_2 \cdot P_4 = 2! \cdot 4! = 48$ Se pueden hacer 48 ordenaciones con las letras de la palabra libro y que empiecen con las vocales i , o |

**ACTIVIDAD 2:****Resolver los siguientes problemas aplicando Permutaciones**

| | | |
|---|------------------------------|-------------------------------|
| 1) Pregunta Una madre tiene tres hijos, ¿de cuántas maneras distintas, nombrándolos uno a uno, puede llamarlos a cenar? | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|------------------------------|-------------------------------|

| | | |
|---|------------------------------|-------------------------------|
| 2) Pregunta De cuántas maneras diferentes pueden colocarse en un estante, 3 libros de matemática, 2 libros de lenguaje y 4 libros de Historia. De modo que los libros de cada asignatura siempre estén juntos | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|------------------------------|-------------------------------|

| | | |
|--|------------------------------|-------------------------------|
| 3) Pregunta ¿Cuántas palabras pueden formarse con las letras de la palabra ROMA? | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|--|------------------------------|-------------------------------|

| | | |
|---|------------------------------|-------------------------------|
| 4) Pregunta Con las letras de la palabra PERMUTACION ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer? | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|---|------------------------------|-------------------------------|

| | | |
|--|------------------------------|-------------------------------|
| 5) Pregunta Una familia formada por un padre, una madre y cuatro hijos van al cine a) ¿de cuántas maneras distintas pueden sentarse? b) ¿y si los padres se sientan en los extremos y dejan a los niños al centro? | Análisis del problema | Desarrollo y respuesta |
|--|------------------------------|-------------------------------|

**VERIFICA TUS RESULTADOS****ACTIVIDAD 1**

| | | | |
|-------------------|-----------------|-------------------------|----------------------|
| a) $P_9 = 362880$ | b) $P_4 = 24$ | c) $V_2^5 = 20$ | d) $V_3^{15} = 2730$ |
| e) $V_4^6 = 360$ | f) $C_2^5 = 10$ | g) $C_{10}^{15} = 3003$ | h) $C_4^6 = 15$ |

ACTIVIDAD 2

| | | | | |
|-------------|----------------|--------------|--------------------|----------------------|
| 1) 6 | 2) 1728 | 3) 24 | 4) 39916800 | 5) a)720 b)48 |
|-------------|----------------|--------------|--------------------|----------------------|