	COLEGIO NUESTRA SEÑORA MARÍA INMACULADA DEL BOSQUE Profesores: Camila Espinoza / Marcela Fuentes / Marjorie Rojas / Felipe Neira Departamento de Matemática **1º medio Matemática**

GUIA Nº8 Matemática
Resumen de la guía Nº5 y Nº6 de Potencias

Nombre:	**Fecha:**	**Curso:**

Objetivo:

- Reconocer que la potencia es una multiplicación iterativa.
- Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero.
- Conocer y aplicar las propiedades da la multiplicación y división de potencias.
- Aplicar propiedades de potencias en ejercicios combinados

Instrucciones:

- Lea atentamente las instrucciones señaladas antes de realizar algún problema.
- Los ejercicios planteados deben ser resueltos sin uso de celular, ni calculadora.
- Lo ideal es que disponga de 120 minutos para leer y trabajar la guía, **recuerde que una vez terminada la guía debe realizar la evaluación sumativa.**
- Los ejercicios deben ser resueltos en su cuaderno u hojas anexas en forma ordenada.
- Guarde la guía con su desarrollo ordenado para su posterior revisión.
- Las dudas y consultas podrán ser realizadas al correo de su Profesor de lunes a viernes en horario de 8:00 a 18:00hrs.
- **Al final de la guía encontrará un link, al cual debe ingresar para su evaluación sumativa (evaluación CON NOTA), los cuales deben ser resueltos a más tardar el día viernes 07 de agosto de 2020 hasta las 23:59hrs, los contenidos evaluados seran de la guia N°5 y guia N°6.**

POTENCIA

Es una multiplicación sucesiva de un mismo número. El número que se multiplica por sí mismo se denomina ***base*** y el número de veces que se multiplica la base se denomina ***exponente***.

$$\left.5^{3}\right\}\text{Potencia}$$

$$\underbrace{5}_{\text{Base}}{}^{\overbrace{3}^{\text{Exponente}}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{Forma iterativa}} = \underbrace{125}_{\text{Valor de la Potencia}}$$

- La **base** corresponde al factor que se repite
- El **exponente** indica cuántas veces debe repetirse el factor (**iterativa**)
- El **valor de la potencia** corresponde al producto total que se obtiene al multiplicar la base por sí misma tantas veces como se lo indica el exponente.

¿Qué sucede cuando la base no es un número entero sino un racional (fracción)?

Para calcular una potencia de base racional y exponente entero positivo se puede utilizar la siguiente expresión

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};\ con\ a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\ n \in \mathbb{N}$$

Recuerda que $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\ n \in \mathbb{N}$, es:
- a y b, pertenecen a los enteros.
- b, jamás puede ser cero, el denominador no debe ser cero
- n, pertenece a las Naturales.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Importante:
Cuando la **base es negativa**, el signo que acompaña la potencia dependerá si la base está con o sin paréntesis y si el exponente es par o impar

1. Con Paréntesis, exponente par el resultado será siempre positivo

$$(-3)^2 = -3\cdot -3 = 9$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{-1}{2}\cdot\frac{-1}{2}\cdot\frac{-1}{2}\cdot\frac{-1}{2} = \frac{1}{16}$$

2. Con Paréntesis, exponente impar el resultado será siempre negativo

$$(-2)^3 = -2\cdot -2\cdot -2 = -8$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{-1}{2}\cdot\frac{-1}{2}\cdot\frac{-1}{2} = \frac{-1}{8}$$

3. Sin Paréntesis, exponente par o impar el resultado será siempre negativo

$$-3^4 = -(3\cdot 3\cdot 3\cdot 3) = -81$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIA

1) **Exponente de un número entero:** Siempre que veamos un número entero que no tenga aparentemente un exponenete, el exponente siempre será 1.

$$\boldsymbol{a^1 = a}$$

Ejemplo:

$$5 = 5^1$$

2) **Potencia con exponente cero:** El valor de la potencia cuyo exponente es 0 el valor de la potencia siempre será 1, sin importar el valor de la base, siempre y cuando la base de la potencia sea distinta de cero.

$$\boldsymbol{a^0 = 1 \qquad a \neq 0}$$

Ejemplo:

$$5^0 = 1$$

3) **Potencia con base 1:** Si la base de una potencia es 1 independiente de valor que tenga el exponente, el resultado siempre será 1.

$$\boldsymbol{1^n = 1}$$

Ejemplo:

$$1^{5789} = 1$$

4) **Multiplicación de potencias de igual base:** Se mantiene la base y se suman los exponentes.

$$\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}}$$

Ejemplo:

$$a^{11} \cdot a^{14} = a^{11+14} = a^{25}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

5) **Multiplicación de potencia de igual exponente:** Se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

$$\boldsymbol{(a)^m \cdot (b)^m = (a \cdot b)^m}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^m}$$

Ejemplo:

$$(5)^4 \cdot (6)^4 = (5 \cdot 6)^4 = 30^4$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 4}\right)^3 = \left(\frac{2}{20}\right)^3 = \left(\frac{1}{10}\right)^3$$

6) **Potencia de una potencia:** Se mantiene la base y los exponentes se multiplican, para luego resolver la potencia.

$$\boldsymbol{((a)^n)^m = (a)^{n\cdot m}}$$

$$\boldsymbol{\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n\cdot m}}$$

Ejemplo:

$$((6)^5)^3 = (6)^{5\cdot 3} = 6^{15}$$

$$\left(\left(\frac{2}{7}\right)^2\right)^7 = \left(\frac{2}{7}\right)^{2\cdot 7} = \left(\frac{2}{7}\right)^{14}$$

7) **División de potencias de igual base:** Se mantienen las bases y se restan los exponentes.

$$\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}}$$

Ejemplo:

$$2^{10} : 2^7 = 2^{10-7} = 2^3 = 8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

8) **División de potencias de igual exponente:** Se mantiene el exponente y se dividen las bases.

$$\boldsymbol{a^m : b^m = (a : b)^m}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a\cdot d}{b\cdot c}\right)^n}$$

Ejemplo:

$$8^3 : 2^3 = (8 : 2)^3 = 4^3 = 64$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 9}{3\cdot 8}\right)^2 = \left(\frac{18}{24}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

9) **Potencias con exponente negativo y base entera:** La potencia de un número con exponente negativo es igual al recíproco del número elevado al exponente positivo.

$$\boldsymbol{(a)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a\cdot a\cdot a\cdot a \ldots} = \frac{1}{a^n}}$$

Ejemplo:

$$(2)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

10) **Potencia con exponente negativo y base racional:** Una potencia fraccionaria de exponente negativo es igual a la inversa de la fracción elevada a exponente positivo.

$$\left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{-\boldsymbol{n}} = \left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}\right)^{\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}\ldots}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}\ldots} = \frac{\boldsymbol{b}^{\boldsymbol{n}}}{\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-5} = \left(\frac{5}{2}\right)^{5} = \frac{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2} = \frac{5^5}{2^5} = \frac{3125}{32}$$

EJERCICIOS COMBINADOS DE POTENCIAS

Cuando resolvemos ejercicios combinados existe un orden para poder resolverlo correctamente, lo cual también se aplica cuando tenemos en ellos potencias.

- Resolver Paréntesis, el de más adentro hacia afuera.
- Resolver las potencias y/o propiedades según sea el caso.
- Multiplicaciones o/y divisiones, de izquierda a derecha.
- Sumas o/y restas, de izquierda a derecha.

Importante:

- No olvides que la regla de los signos para la suma y la resta es distinta que para la multiplicación y división.
- Siempre los ejercicios se resuelven hacia abajo con lápiz grafito
- Si delante de un paréntesis hay un signo negativo, éste cambia el signo de los términos que están dentro del paréntesis.
- Si bien resolveremos sumas y restas donde involucren potencias, nos centraremos más que nada en las multiplicaciones y divisiones que involucren potencias.

Ejemplo 1:

$$5^1\cdot(4^3-3^4:3^2)+(2^8:2^5)=$$

$$5^1\cdot(4^3-3^{4-2})+(2^{8-5})=$$

$$5^1\cdot(4^3-3^2)+(2^3)=$$

$$5\cdot(64-9)+(8)=$$

$$5\cdot(55)+(8)=$$

$$257+8=283$$

Ejemplo 2:

$$5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3} - \left(\frac{1}{7}\right)^{0} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$$

$$5 \cdot \frac{1}{8} - 1 : \left(\frac{3}{1}\right)^{2} =$$

$$\frac{5}{8} - 1 : \frac{9}{1} =$$

$$\frac{5}{8} - 1 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{9} = \frac{45 - 8}{72} = \frac{37}{72}$$

Ahora nos centraremos en las multiplicaciones y divisiones que involucran potencias y veremos como podemos utilizar las propiedades:

EJEMPLO:

$$\frac{3^2 \cdot 2^4}{2^2} =$$

$$\frac{3^2 \cdot 2^4}{2^2}$$

Busco aquellas potencias, que pueda simplificar, que tengan una misma base.

$$\frac{3^2 \cdot 2^4}{2^2}$$

$$\boxed{2^4 : 2^2 = 2^2}$$

$$\frac{3^2 \cdot 2^4}{2^2} = \frac{3^2 \cdot 2^2}{1} = \frac{6^2}{1} = \frac{36}{1} = 36$$

EJERCICIOS

I. Resuelva los siguientes ejercicios aplicando propiedades de potencias:

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{5} =$

2) $3^2 \cdot 3^6 =$

3) $2^7 \cdot 3^7 \cdot 6^7 =$

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{3} =$

5) $(2^3)^4 =$

6) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{7}\right)^{5} =$

7) $\left(\frac{1}{6}\right)^8 : \left(\frac{1}{6}\right)^5 =$

8) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^9 =$

9) $\left(\frac{2}{7}\right)^8 : \left(\frac{1}{3}\right)^8 =$

10) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{7}{5}\right)^2 =$

11) $(5)^{-3} =$

12) $(-4)^{-2} =$

13) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

14) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} =$

15) $4^2 + (-2)^3 =$

16) $3^4 + 3^4 + 3^4 =$

17) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3^2 =$

18) $(3)^{-2} : (2)^{-3} =$

19) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} =$

20) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

21) $\frac{5^2 \cdot 5^6}{5^5} =$

22) $\frac{3^5 \cdot 2^6 \cdot 3^4}{2^4 \cdot 3^8} =$

Soluciones

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^9$	2) 3^8	3) 36^7	4) $\left(\frac{2}{15}\right)^3$	5) 2^{12}	6) $\left(\frac{2}{3}\right)^{35}$
7) $\frac{1}{216}$	8) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-7}$	9) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$	10) $\frac{225}{196}$	11) $\frac{1}{125}$	12) $\frac{1}{16}$
13) $\frac{25}{4}$	14) 81	15) 8	16) 3^5	17) $\frac{238}{27}$	18) $\frac{8}{9}$
19) $\frac{2}{5}$	20) 9	21) 125	22) 12		

Link para ingresar a la evaluación:
https://docs.google.com/forms/d/1FVFT7ABhQ6H5Bx0hHTWQcLpkhjpCWwtpd_3d406QlTc/edit?usp=sharing