

NÚMEROS

PARTE 2

TABLA DE CONTENIDOS

01



Potencias

02



Raíces

03



Logaritmo

1. POTENCIAS

Una potencia es un producto de factores iguales

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

Exponente

$$4^3 = 64$$

Base Potencia

1.1 PROPIEDADES

POTENCIA DE EXPONENTE 0

Todo número, distinto de cero, elevado a cero es 1.

Ej: $5^0 = 1$

SIGNOS DE UNA POTENCIA

Base positiva



Potencia positiva

Ej: $5^1 = 5$

$$5^2 = 25$$

Base Negativa

Exponente par



Potencia positiva

$$(-5)^2 = 25$$

Exponente impar



Potencia negativa

$$(-5)^3 = -125$$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Ej: $(2^3)^4 = 2^{12}$

EXPONENTE NEGATIVO

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ej: $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2}$$

1.2 OPERACIONES

MULTIPLICACIÓN

De igual base

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Ej: $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

De igual exponente

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$$

DIVISIÓN

De igual base

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

Ej: $4^5 : 4^3 = 4^{5-3} = 4^2$

De igual exponente

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$8^3 : 4^3 = (8 : 4)^3 = 2^3$$

MODELO PRUEBA DE TRANSICIÓN 2020

8. Si $3^m = p$ y $8^b = q$, con m y b números enteros, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $(3^{m+1} \cdot 8^{b+1})^{-1}$?

A) $\frac{1}{pq + 1}$

B) $\frac{1}{24pq}$

C) $24pq$

D) $-24pq$

E) $-(pq + 2)$

MODELO PSU 2019

6. Si $2^a \cdot 2^b \cdot 2^c = 256$, ¿cuál es el promedio entre a , b y c ?

A) $\frac{256}{3}$

B) $\frac{8}{3}$

C) 128

D) 8

E) Indeterminable con los datos dados

9. Sean m y n números enteros, se puede determinar que $3^{n^2 - m^2}$ es igual a 81, si se sabe que:

$$(1) \quad n - m = 2$$

$$(2) \quad \frac{3^n}{3^{-m}} = 9$$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

2. RAÍCES

Índice $\swarrow$ $n\sqrt{a} = b$, $n \in \mathbb{N}$ $\searrow$ Sub-radical

$$\sqrt[4]{81} = 3 \text{ ya que } 3^4 = 81.$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \text{ ya que } (5)^3 = 125$$

2.1 OPERACIONES

SUMA Y RESTA

Sólo podemos restar o sumar raíces que tengan el mismo índice y cantidad sub-radical.

$$7\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 5\sqrt[3]{5}$$

MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{5 \cdot 4} = \sqrt[3]{20}$$

DIVISIÓN DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$$

$$\sqrt[3]{4} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4 \div 2} = \sqrt[3]{2}$$

2.2 DESCOMPOSICIÓN Y COMPOSICIÓN DE RAÍCES

DESCOMPOSICIÓN

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

COMPOSICIÓN

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

2.3 ORDEN

Tenemos que $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ si $a > b$

MEDIANTE COMPOSICIÓN DE RAÍCES

$$\sqrt{10}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}; \quad \sqrt{10}, \sqrt{4 \cdot 3}, \sqrt{9 \cdot 2}$$

$$\sqrt{10}, \sqrt{12}, \sqrt{18}$$

$$\text{entonces } \sqrt{10} < \sqrt{12} < \sqrt{18} \quad \text{así: } \sqrt{10} < 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$$

2.4 PROPIEDADES

POTENCIA DE UNA RAÍZ

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{Ej: } (\sqrt[5]{4})^6 = \sqrt[5]{4^6}$$

RAÍZ DE UNA RAÍZ

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\text{Ej: } \sqrt[6]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[18]{6}$$

RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO CUADRADO

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\begin{aligned}\text{Ej: } \sqrt{6^2} &= 6 \\ \sqrt{(-6)^2} &= 6\end{aligned}$$

DE RAÍZ A POTENCIA

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$\text{Ej: } (\sqrt[8]{5^2}) = 5^{\frac{2}{8}}$$

MODELO PRUEBA DE TRANSICIÓN 2020

4. Si $P = \sqrt{20}$, $Q = 5\sqrt{4}$, $R = 3\sqrt{8}$ y $S = 8\sqrt{2}$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

A) $P < R = S < Q$

B) $R < P < S < Q$

C) $P < R < Q < S$

D) $S < Q < R < P$

E) $Q = P < S < R$

MODELO PSU 2019

10. $(\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 =$

- A) $10\sqrt{6}$
- B) $10 + 4\sqrt{6}$
- C) 10
- D) 24
- E) 12

3. LOGARITMO

Si $a, b \in \mathbb{R}^+$; con $a \neq 1$ y $n \in \mathbb{R}$, entonces se tiene que:

$$a^n = b \Leftrightarrow \log_a b = n$$

Argumento

Base

"logaritmo de b en base a es igual a n"

3.1 OPERACIONES

Con logaritmos de igual base

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

Ej:

$$\log_3 6 + \log_3 4 = \log_3 (6 \cdot 4) = \log_3 24$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

Ej:

$$\log_4 20 - \log_4 5 = \log_4 \frac{20}{5} = \log_4 4$$

3.2 PROPIEDADES DE LOGARITMO

**LOGARITMO
DE LA UNIDAD**

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_7 1 = 0$$

**LOGARITMO
DE LA BASE**

$$\log_b b = 1$$

$$\log_6 6 = 1$$

**LOGARITMO DE
LA POTENCIA**

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_5 (6)^3 = 3 \cdot \log_5 6$$

**LOGARITMO
DE UNA RAIZ**

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$\log \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5} \log 3$$

LOGARITMO DEL PRODUCTO

$$\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_2 18 = \log_2 (2 \cdot 9) = \log_2 2 + \log_2 9$$

LOGARITMO DEL COCIENTE

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_2 \left(\frac{32}{7} \right) = \log_2 32 - \log_2 7$$

RELACIÓN ENTRE POTENCIAS, RAÍCES Y LOGARITMOS.

Potencia

$$5^2 = 25$$

Raíz

$$\sqrt{25} = 5$$

Logaritmo

$$\log_5 25 = 2$$

MODELO PRUEBA DE TRANSICIÓN 2020

7. $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} =$

A) $-\frac{1}{2}$

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) $\sqrt[4]{2}$

E) $-\sqrt{\frac{1}{2}}$

10. Si $b = \log_2 a$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Si $0 < a < 1$, entonces $b < 0$.

II) Si $b > 1$, entonces $a > 2$.

III) Si $a = \sqrt{32}$, entonces $b = 2,5$.

A) Solo I

B) Solo I y II

C) Solo I y III

D) Solo II y III

E) I, II y III

MODELO PSU 2019

11. Si se considera que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,5$, ¿cuál de los siguientes valores es igual a $\log \sqrt{6}$?

- A) 0,4
- B) 0,65
- C) 0,075
- D) $\sqrt{0,8}$
- E) $\sqrt{0,15}$

SOLUCIONARIO

Modelo Prueba
de Transición

Modelo PSU

POTENCIAS

8
B

6	9
B	C

RAÍCES

4
C

10
E

LOGARITMO

7	10
A	E

11
A