GUIA Nº7 Matemática

Modelar crecimiento y decrecimiento exponencial

Nombre:	**Fecha:**	**Curso:**

Objetivo:

- Modelar procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial en diversos contextos.

Instrucciones:

- Lea atentamente las instrucciones señaladas antes de realizar algún problema.
- Los ejercicios planteados deben ser resueltos sin uso de celular, ni calculadora.
- Lo ideal es que disponga de 180 minutos para leer y trabajar la guía.
- Los ejercicios deben ser resueltos en su cuaderno u hojas anexas en forma ordenada.
- Guarde la guía con su desarrollo ordenado para su posterior revisión.
- Las dudas y consultas podrán ser realizadas al correo de su Profesor de lunes a viernes en horario de 8:00 a 18:00 hrs.
- **Al final de la guía encontrará 3 ejercicios que corresponden a una evaluación formativa, los que deberá enviar resueltos, a más tardar el día 21 de julio de 2020, a su Profesor de Asignatura, indicando en el asunto del correo su nombre y curso.**

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL

En algunas ocasiones escuchamos expresiones referentes a un crecimiento o decrecimiento exponencial como por ejemplo:

- A lo largo de los años la población mundial...
- Cierto virus se propagó de manera exponencial...
- Los ingresos de una empresa comenzaron a decrecer exponencialmente luego de la crisis del 2001...

Cada uno de los ejemplos anteriores se puede modelar por medio de una función exponencial.

Puedes buscar el siguiente link para ver la explicación
https://www.youtube.com/watch?v=NonKn-kLVPc

COLEGIO NUESTRA SEÑORA MARÍA INMACULADA DEL BOSQUE
Profesores: Camila Espinoza / Marcela Fuentes / Marjorie Rojas / Felipe Neira
Departamento de Matemática
1º medio Matemática

EJEMPLO DE CRECIMIENTO EXPONENCIAL:

Durante un experimento, cierta colonia de bacterias creció duplicando su número de bacterias cada día, inicialmente hay 1000 bacterias en la colonia, ¿cuántas bacterias habrá once días despues?.

Para resolver este problema, lo primero que debemos hacer es identificar lo mismo que hemos buscado en los problemas anteriores (datos, desarrollo y respuesta)

1. Datos:

   Bacterias iniciales = 1000 (lo llamaremos C ya que indica que es la cantidad de algo)
   Bacterias se duplican = por 2
   Días transcurridos = 11 (lo llamaremos t por el tiempo transcurrido)
2. Desarrollo:

$$C(t) = 1000 \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{11 veces el número 2}}$$

   Sin embargo, hay una relación entre el número de bacterias en la colonia y los días trascurridos.

$$C(t) = \underbrace{1000}_{\text{Cantidad de bacterias}} \cdot \underbrace{2}_{\text{Factor que indica que se duplican}}{}^{t}$$

Cantidad de días transcurridos

   La cantidad de bacterias depende del tiempo transcurrido, por lo tanto será la cantidad inicial duplicada tantas veces sean los días transcurridos, es decir:

$$C(t) = 1000 \cdot 2^t$$

   Volviendo a nuestra pregunta, ¿Cuántas bacterias habra once días despues?

$$C(t) = 1000 \cdot 2^{11}$$

$$C(t) = 1000 \cdot 2048$$

$$C(t) = 2.048.000$$

3. Respuesta: A los once días habrá 2.048.000 bacterias.

EJEMPLO DE DECRECIMIENTO EXPONENCIAL:

Se sabe que una cierta población de aves, reduce su numero a la mitad cada año, actualmente hay 80000 aves. ¿Cuántas aves habrá si han transcurrido 3 años?

Para resolver este problema, lo primero que debemos hacer es identificar lo mismo que hemos buscado en los problemas anteriores (datos, desarrollo y respuesta)

1. Datos:

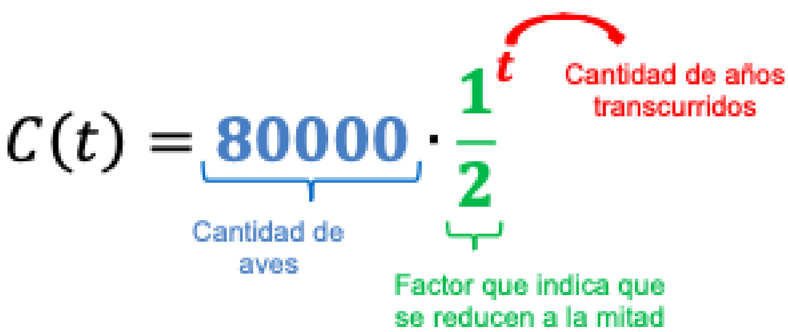
   Aves iniciales = 80000 (lo llamaremos C ya que indica que es la cantidad de alg)
   Aves se reducen a la mitad = por $\frac{1}{2}$
   Años transcurridos = 3 (lo llamaremos t por el tiempo transcurrido)

2. Desarrollo:

   Para poder responder esta pregunta su desarrollo será muy largo y poco práctico

$$C(t) = 80000 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{3 veces el número } \frac{1}{2}}$$

Sin embargo, hayuna relación entre el número de aves y los años transcurridos



La cantidad de aves depende del tiempo transcurrido, por lo tanto será la cantidad inicial reducida a la mitad tantas veces como sean los años transcurridos, es decir:

$$C(t) = 80000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t}$$

Volviendo a nuestra pregunta, ¿Cuántas aves habrá si han transcurrido 3 años?

$$C(t) = 80000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3}$$

$$C(t) = 80000 \cdot \frac{1}{8}$$

$$C(t) = 10000$$

3. Respuesta: A los tres años habrá 10.000 aves.

Entonces podemos definir formalmente que cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es un número entero mayor que uno, y por otra parte, cuando la base de la potencia es menor que uno y mayor que cero, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.

EJERCICIOS:
Resuelva y recuerda que debes anotar los datos, desarrollo y respuesta completa.

1) La cantidad de bacterias que hay en un cultivo inicialmente es de 2, cada una hora las bacterias de triplican. ¿Cuál es el número de bacterias después de 4 horas?

2) En una población de 10.000 conejos se detectó una epidemia que los está exterminando a la mitad cada día (1/2), después de 3 días, ¿Cuántos conejos quedaran?

3) Si 10 gramos de sal se añaden a una cantidad de agua, cada minuto baja la cantidad a 4/5 de sal. ¿Cuál es la cantidad de sal sin disolver en el agua 3 minutos después?

4) Un tipo de bacteria se duplica cada 6 minutos. ¿Cuantas habrá luego de una hora, si en un comienzo había 3 bacterias?

5) Un grupo de 78.125 mil abejas decrece exponencialmente a 1/5, de su población cada día. ¿Cuántas abejas quedaran al cabo de 5 días?

6) Una población de bacterias A decrece a la mitad cada semana, mientras que una población B crece a un tercio cada semana. Inicialmente, la población A es de 1.000 mil bacterias y la población B, es de 243.

   a) ¿Cuántas bacterias tiene cada población luego de transcurridas tres semanas?
   b) ¿Cuál es el total de las dos poblaciones al cabo de las tres semanas?

7) Luis es muy responsable con su higiene personal porque sabe que las bacterias se reproducen muy rápido. El leyó la siguiente información en una revista de salud:
Las bacterias se reproducen por bipartición, de 1 se forman 2, de 2 se forman 4, de 4 se forman 8 y así cada vez se duplica la cantidad de bacterias
   a) Expresa, como una multiplicación de potencias de igual base, la cantidad de bacterias si inicialmente hay 2 y se reproducen 5 veces.
   b) Expresa, como una multiplicación de potencias de igual base, la cantidad de bacterias si inicialmente hay 4 y se reproducen 6 veces.

Soluciones

1) 162 bacterias	2) 8750 conejos	3) 5,12 gramos
4) 3072 bacterias	5) 25 abejas	6) $a)$ A=125 bacterias B=576 bacterias
6) b) 701 bacterias	7) a) $2 \cdot 2^5 = 2^6$ b) $2^2 \cdot 2^6 = 2^8$	

	COLEGIO NUESTRA SEÑORA MARÍA INMACULADA DEL BOSQUE Profesores: Camila Espinoza / Marcela Fuentes / Marjorie Rojas / Felipe Neira Departamento de Matemática **1º medio Matemática**

EVALUACIÓN FORMATIVA Nº4
CORRESPONDIENTE A LA GUÍA 6 EJERCICIOS COMBINAOS

A continuación se proponen 3 ejercicios, los cuales **deben ser resueltos y enviados al correo de su profesor de asignatura,** con **plazo el día 21 de julio, indicando en el asunto del correo su nombre y curso.** Para ello les recordamos los correos de cada Profesor de Asignatura y respectivos cursos:

- Marcela Fuentes (1ºA - 1ºB - 1ºC - 1ºD) marcela.fuentes@liceonsmariainmaculada.cl
- Marjorie Rojas (1ºE - 1ºF - 1ºG - 1ºH) marjorie.rojas@liceonsmariainmaculada.cl
- Felipe Neira (1ºI - 1ºJ - 1ºK) felipe.neira@liceonsmariainmaculada.cl

Resuelve los siguientes ejercicios combinados aplicando las propiedades de las potencias:

a) $[(-12)^3 : 4^3] \cdot (-3)^2 =$

b) $\dfrac{(-5)^3 \cdot 5^1}{5^4} =$

c) $\left[\left(\dfrac{4}{5}\right)^7 : \left(\dfrac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(\dfrac{-2}{20}\right)^3 : \left(\dfrac{5}{2}\right)^3\right] =$